

[談話室]

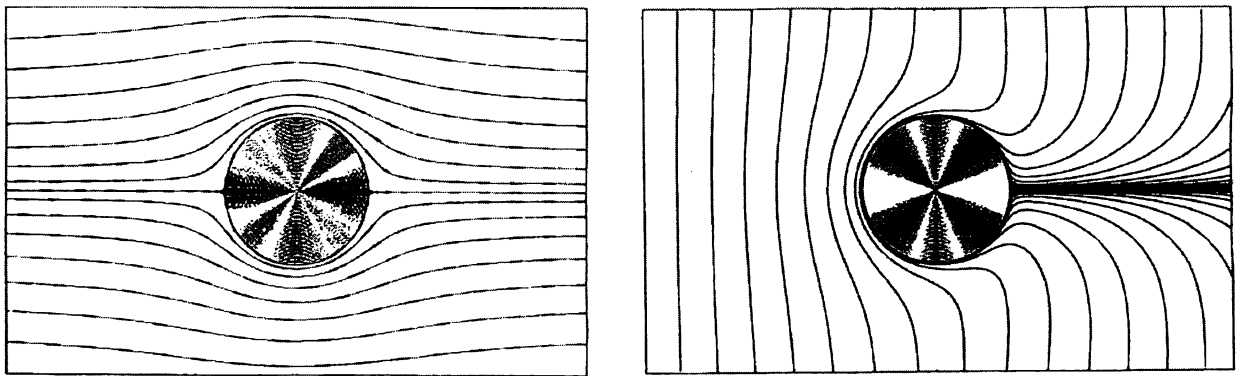
高年齢層に注目を

大橋 秀雄*

Attention, please, to Elderly Layer

*Hideo Ohashi

*E-mail: pga02322@nifty.com

図1 円柱回りの流れの流線とタイムライン¹⁾

卒寿を過ぎて、歳のことますます気になるようになった。ワインやウイスキーをたしなむときは、vintage と称して年代ものが珍重される。そこではっと気がついた。これまで長いこと流体に関わってきたのに、流体の齢を気にすることはなかった。

定常流の流れ場を流線で表すと、流体塊は激しく動き回るのに、流線は凍結されたように動かない。時間の感覚が完全に抜けている。考えてみると、定常流のNS 方程式に時間 t がどこにもない。時間の意識が消えるのは、オイラー的に考える宿命なのだろう。

ふとしたことから、図1の二つの絵が目にとまった。埼玉大学の川橋正昭名誉教授らが流力演習として描いたものである。円柱回りの二次元理想流体の流れは、流体力学の数学的美しさを示す好例として誰もが学んできた。この絵をみて考え始めたのが、すべての始まりだった。

図の一つは流線を、一つはタイムラインを使って

流れ場を示している。両方とも、計算でも実験でも描くことができる。前者は流体の移動経路を示すのに対し、後者はかつて一直線上にあった流体塊の並びが、時間と共にどう形を変えるか示している。前者は上下、左右対称で、この上なく単純明快である。しかし、流れの方向すら不明で、先に流れてきた先輩流体がどちらにいるかも分からない。一方後者は複雑な姿をしているが、どっちが上流かすぐ分かる。その上、同年齢のクラスメートや先輩後輩の居場所がはっきりする。

タイムラインを見て一番気に掛かったのは、後縁淀み点から下流に続く黒く塗りつぶされた領域である。この画面から消えた古いタイムラインも、すべてこの中に合流している。線は本来太さがないが、印刷上幅を持っているので塗りつぶしが起こる。この弱点を逆手にとると、黒い部分はタイムラインが層状に重なって密集している証と見なすことができる。タイムラインが年齢順に層をなして重なる、これは木の年輪やお菓子のバウムクーヘンを連想させ

る。黒い領域を、高齢の流体が積層する高齢層 Elderly layer と名付けよう。

どのくらい歳とると高齢層入りを許されるか、それを知りたくて計算が始まった。

計算結果に現実感を持ち続けるため、流速 1 m/s の右向き一様流中に、原点に中心をもち半径 1 m の円柱が置かれている場合を考えた。流れの複素ポテンシャルは $w(z)=z+1/z$ でこの上なく単純、ダブルレットが一様流の着物を着ると円になるのは魔法のようだ。流れにいちばん張り出した 90°位置で、流速は 2 m/s になる。

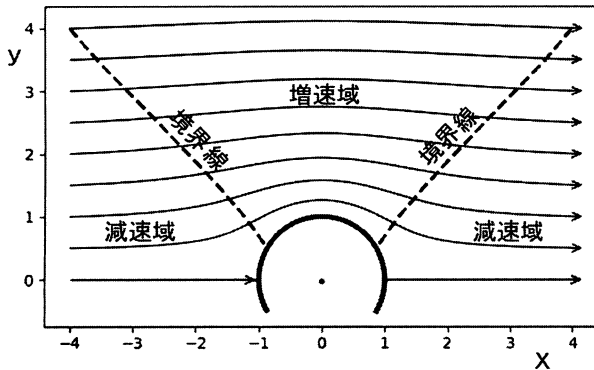


図2 増速域と減速域

流れ場は、図2のように一様流より流速が早い増速域と、一様流より遅い減速域に別れる。両者の境界で流速は一様流と一致する。破線の境界線は、円柱上 $y=0.5$ m (30°) の位置から放射状に伸び、原点から出る傾き 45° の直線に漸近する。十分遠方では、境界線は一様流の大海に溶け込むように消えてゆく。

増速が起こるのは、円柱が流線を押上げて流線間隔が狭まり、流れが加速する効果による。一方減速は、物体によって流れがせき止められる結果と考えられる。そのどちらが勝るかによって増速か減速かが決まり、相殺する位置が境界線になる。

ここから時間の話になる。円柱による遅れ、進みの影響をすべて取り出すには、無限に離れた上流と下流にスタートラインとゴールラインを設け、流線ごとにその間を通過する時間を求めなければならない。現実的には、擾乱速度が 0.1 mm/s 以下となる領域を無視し、 $x=\pm 100$ m にスタートとゴールを移して計算した。無限遠に設定したときとの差は、誤差の範囲に入る。

定性的に考えると、流線が遠くから円柱に近づくにつれて、先ず増速の影響が現れ、やがて増速と減速が拮抗して進み遅れゼロとなる。更に円柱に近付くと、減速の影響が次第に強まり、遅れ時間は淀み点流線の無限大まで限りなく増大する。流線の中か

ら、最短時間で通過する最速流線と、進み遅れの無い中立流線を決めることができる。

通過時間の計算は、時間ステップを dt として次のように行った。出発点の位置における速度 u, v を計算し、次の位置を $x=x+u dt, y=y+v dt$ で決める。これを $x=0$ に達するまで繰り返し、繰り返し回数から通過時間を決める。一様流より増えた分を遅れ時間とした。流れは前後対称なので、前半の値を 2 倍すれば全区間の値が求まる。 dt は試行の結果、精度と計算時間の折り合いから $dt=10^{-5}$ 、 $10 \mu s$ と決めた。100メートルの道のりを $10 \mu m$ の歩幅で歩くのに相当する。

図3が計算結果である。縦軸に流線出発点の y 座標、すなわち淀み点流線からの距離が対数表示され、横軸には一様流の通過時間 200 秒からの増加分が遅れとして線形表示されている。一見して、進みより遅れが圧倒的に大きい。

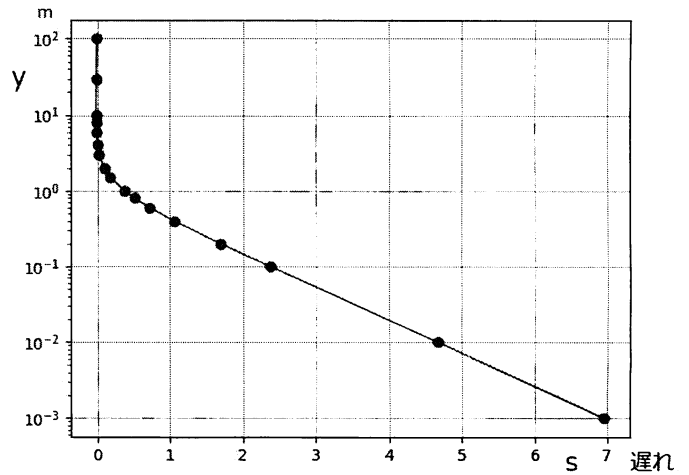


図3 遅れの対数表示

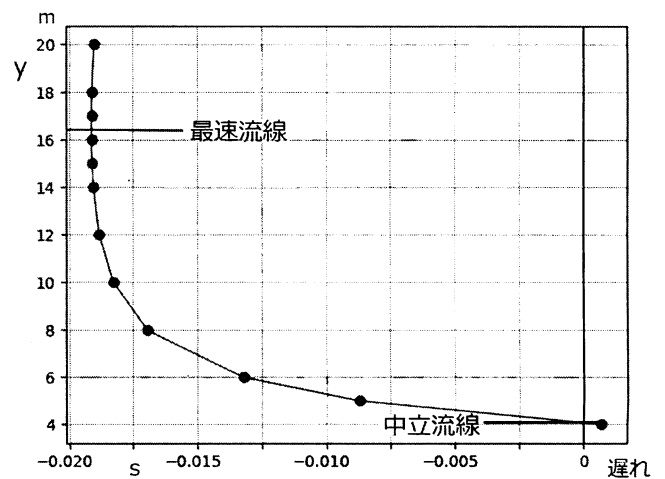


図4 遅れの線形表示

最速流線と中立流線の位置を見付けるため、縦軸を線形表示した結果を図4に示す。これから、最速

流線は遙かに離れた $y=16\text{ m}$ と 17 m の間にあること、中立流線はほぼ $y=4\text{ m}$ に位置することがわかる。

進みは極めて小さく、最速流線でも 0.019 秒、一様流が円柱直径 2 m を通過する時間 2 秒の 1% にも満たない。 $y=4\text{ m}$ 以上の流線は、すべて一様流より早く到着するが、その差は微々たるものである。

中立流線より x 軸に近い流線は、円柱に近付くにつれて遅れが増え、 $y=0.5\text{ m}$ 以下の流線では、距離が $1/10$ になるごとに 2.3 秒遅れが増す傾向が最後まで続く。辿りつく先の淀み点流線では、遅れは無限大になる。

淀み点近傍の流れは、近似的に垂直の壁に衝突する流れと見なすことができる。 y 軸を壁とすると、左から近寄る流れの複素ポテンシャルは $w(z) = -z^2$ となり、速度場は $u = -2x$, $v = 2y$ と簡潔である。この流れ場の流線は、流線出発点の x 軸からの距離が $1/10$ となるごとに、通過時間が $(\ln 10)/2 = 1.15$ 秒増える特性を持つ。計算結果の 2.3 秒は、壁を直線近似した遅れの 2 倍と完全に一致する。淀み点を 2 回通過したことが歴然である。この範囲の流線では、淀み点付近の低速域を通過することによる遅れが支配的である。

図 3, 4 で示した遅れ時間は、一様流速 1 m/s , 円柱半径 1 m に対応するものである。その数値は、半径 R に比例して増え、一様流速 U に反比例して減る。図の縦軸を R 倍し、横軸を R/U 倍すれば、すべてのケースに対応できる。

円柱回りの遅れ特性が定量的に明らかになったので、高年齢の問題も定量的に考えてみよう。流体の絶対年齢は、スタートラインの設定によって変わり、下流に向かって際限なく増え続ける。物体をよぎって僅かな進み遅れが生じて、年齢の陰に隠れて見えにくい。もし一様流として到着する時間からのズレに着目すれば、物体の影響を直截に炙り出すことができる。

以降流体の年齢を、絶対年齢から相対年齢に切り替え、一様流からの遅れ時間に等しいと定義する。旧友が集まるクラス会で「君は若い」という感覚である。これから考える高年齢者も、絶対年齢でなく相対年齢の高年齢者だ。

この流体年齢を人間に適用すると困ったことになる。ラクしていれば歳をとらない。せつせと働いて早く年金もらおうとする働き者と、何もせずに永遠の若さを誇る怠け者に、社会は分断される。

流体塊はゼロ歳で流線に沿って流れ始める。物体に近付くと歳が増え始め、物体を通過したあと一定の年齢に達する。流線自体は単なる経路なので年齢

を持たないが、そこを通過した流体塊の最終年齢をその流線の年齢と考えて識別することにする。

高年齢層は、図 1 のタイムラインから、後流中の黒い領域に入るかどうかで決める。タイムラインを目視すると、後方まで黒い部分の太さは変わらない。これは、遅れの支配的原因である淀み点から離れると、新たな遅れがなくなってタイムラインの変化が止まる結果である。図を拡大して黒い部分の厚さを測ると、直径の 5.6% , x 軸から $\pm 56\text{ mm}$ の範囲とわかった。円柱から十分離れてこの位置を通る流線の遅れは、図 3 から 3.0 秒とわかる。

3 秒遅れて高年齢とはピンとこない。ここで、秒単位の遅れと年単位の年齢を結びつける工夫が必要になる。一様流が直径を通過する時間 2 秒は、流体が円柱をよぎるのに集中した時間と考えられる。人間にたとえれば、人生働き盛りの 40 年に相当する。すると、 1 秒を 20 年に換算できる。これで、遅れと年齢を対応させよう。

3 秒遅れは 60 歳で、私が東大を定年で去った歳である。前期高年齢者の 65 歳よりやや早い、Elderly layer といっても違和感はない。 60 歳を高年齢層入りの始まりとしよう。

タイムラインをよく見ると、円柱表面を前縁淀み点に起因する高年齢層が薄く覆っている。いちばん張り出した 90° 位置で考えると、 56 mm から発した 60 歳流線は、ここでは流速が 2 倍になる結果、円筒面からの距離が半分の 28 mm に減っている。ここでの実年齢は半分の 30 歳で、真の 60 歳年齢はもっと下にいる。円柱面では高年齢層の厚みは場所によって変わることもあり、厚さと年齢の対応は、年齢が固定した後流中だけに留めておこう。

二次元流れでは、物体表面を覆う高年齢層が、後縁で合流して上下 2 枚貼り合わせたような後流となって下流に延びている。三次元流れでは、物体表面を覆う高年齢層が後縁で合流して、高年齢ロープとなって下流に延びる。ロープを切断すると、断面はまさに年輪かバウムクーヘン、中心に最高年齢者が鎮座する。

遅れに対し、淀み点の存在は大きい。もし淀み点を除去すれば、不死身の流体はいなくなる。それは可能である。淀み点に図 5 に示すカスプ状物体を取り付けると、流れは止まることなく円柱面の上下に分離して流れ続ける。タイムラインはここで切り離される。円柱の場合は、前後二つの淀み点にカスプをつけなければならない。淀み点を完全に除去すれば、淀み点流線は分岐流線に変わる。

分岐流線の遅れを推定してみよう。 x 軸から僅かに離れて出発した流線の淀み点付近の様子を図 6 の

ように描いてみる。そこでは、流線は円弧を描くように滑らかに曲がって進んでゆく。一本の流線に着目し、円弧の半径を近似的にでも推定する。その半径と等しいカスプを淀み点に取り付けば、その流線が分岐流線に変わると期待される。

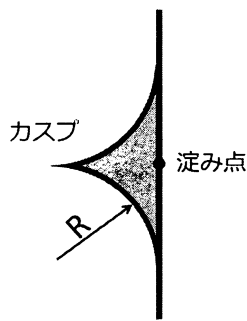


図5 カスプ状物体

図6を見ると、x軸から0.01 m離れて出発した流線の曲率半径は、おおよそ0.16 mである。従って同じ半径Rをもつカスプ状物体を前後の淀み点に取り付けば、その流線を分岐流線とみなせる。

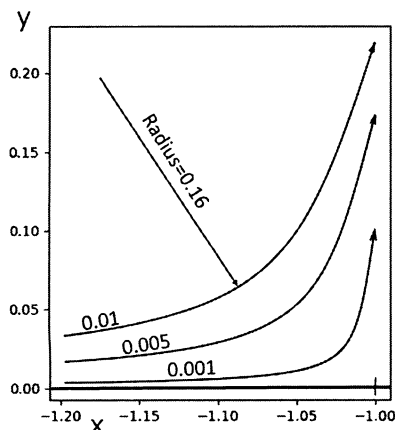


図6 淀み点近傍の流線

このときの遅れは、図3から $y=0.01$ mに対応する4.7秒となる。残念ながら3秒を越え、高齢層ができてしまった。カスプ付きの高齢層は60歳から94歳限定で、私もその中に入ることになる。

現実に立ち返ると、カスプは作れない。先端を原子サイズの薄い刃先に仕上げても、連続体にとっては鈍頭体の先端に過ぎない。淀み点ができるのは防げない。

後流中x軸から±56 mmの間にある高齢層、そこにドラマが詰まっている。外から見ると、最若手の60歳組が見える。そこから46年古参になるごとに、x軸からの距離が1/10に縮まる。猛烈な勢いでx軸に近づくように思えるが、いくら経っても届かない。ゼロとは恐ろしいものだ。

百歳組の位置はx軸から7 mmにある。表層の49 mm、全層の88%は60歳から100歳までの居場所である。そこから先は歴史の世界に入る。ちなみに1 mmは139年前の明治15年、上野動物園が開園

し、働き盛りの渋沢栄一が賢妻千代を失った。一気に歴史を遡って関ヶ原合戦の頃になると、 $10^{-9}=1$ nmまで接近する。源頼朝の時代には、クオークのサイズ 10^{-18} mにいる。でもその下に、まだ無数のタイムラインが重なっている。

年齢で考えると、残っているはずない昔の流体が現れてくる。しかし、実時間では千歳が50秒だ。古い流体は現実には存在している。

ここまでやってみると、線の太さが実感としてわかる。太さゼロでも大事や役割を果たす線はすごい存在だ。不死身の高齢流体は存在するが、それは線の存在のように、質量はゼロに等しい。

以上の考察は、円柱回りの流れに限っている。循環がある物体では、後流に沿ってタイムラインに段差が生まれ、後流中心の上下で高齢層がズレてくる。面白い気づきが、まだまだありそうだ。

久しぶりに、流れの問題に熱中した。わが家のパソコンは10歳に達し、CPUも第2世代のvintageものだ。でもあまり待たせずに仕事をこなしてくれた。これには、スクリプト言語のPythonが大きな助けになった。時間があまる日々を過ごすと、答えが現れるのを待つことすら楽しくなる。

気付いたことは何の役にも立たない。でも新しいことに気付くのは楽しいものだ。後流を見るたびに仲間がいるような気がする。それは、いちばん苦しい仕事を引き受けた功労者だ。これが私の一人よがりではなく、読者の皆様にも共感していただければ、この上なく嬉しい。

検討を進める中、元学生の松本洋一郎、高木周、加藤千幸、石綿良三の諸君に意見をうかがった。ここにお礼申し上げます。

引用文献

- 1) 塩崎孝壽, 川橋正昭, 平原裕行: 流体力学実験教育におけるコンピューターの利用, 日本工業教育協会, 平成6年度工学・工業教育研究講演会, 講演論文集, (1994) 225-228.